

Chap 9 :

Calcul littéral (bis)

1) Distributivité

1.1) Développer et factoriser

Propriété (admise) :

On considère k , a et b trois nombres quelconques, on a :

$$k(a + b) = ka + kb$$

$$k(a - b) = ka - kb$$

Exemples : Exercice

Vocabulaire :

- **Développer le produit** $k(a + b)$ c'est l'écrire sous la forme de la somme $ka + kb$
- **Factoriser la somme** $ka + kb$ c'est l'écrire sous la forme du produit $k(a + b)$

← Factoriser ←

$$k(a + b) = ka + kb$$

→ Développer →

Exemples : Exercice

Méthodologie :

Pour factoriser :

- a. Décomposer en produits
- b. Entourer l'élément commun
- c. Le mettre en facteur : « devant la parenthèse, le reste dedans ».

Exemples :

$$A = 2x + 2y = 2 \times x + 2 \times y = 2(x + y)$$

$$B = 12x + 20 = 4 \times 3x + 4 \times 5 = 4(3x + 5)$$

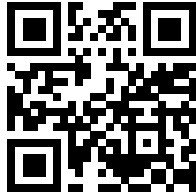
$$C = 5x^2 + 20x = 5x \times x + 5x \times 4 = 5x(x + 4)$$

Développer : tous les exercices page 52. Factoriser : tous les exercices page 53

Vidéos sur le sujet :

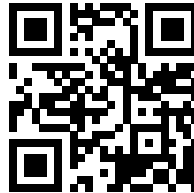
Développer une expression :

- <http://bit.ly/2HZks0d>
- <http://bit.ly/3a2mxVf>



Factoriser une expression :

- <http://bit.ly/32tZKPB>
- <http://bit.ly/2veBRzs>



1.2) Réduire une expression littérale



Définition : Réduire une expression littérale, c'est écrire cette expression avec le moins de termes possibles.

Exemples :

$$A = 8x - 3x + 4 = 5x + 4$$

$$B = -7 + 3x^2 + 5 + 2x^2 = 3x^2 + 2x^2 + 5 - 7 = 5x^2 - 2$$

Remarques :

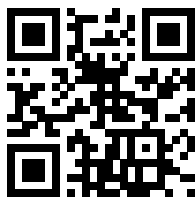
- Pour vérifier que l'on ne s'est pas trompé, on teste pour une valeur simple de x (1 par exemple)
- Certaines expressions comme $3x^2 + 5x$ ne peuvent pas être réduites

Tous les exercices pages 54 et 55

Vidéos sur le sujet :

Réduire une expression :

- <http://bit.ly/37WVwB9>



Question : Samy va à la boulangerie, il achète un croissant à 1,10 euro et une chocolatine à 1,30 euro. Il paie avec un billet de 5 euros. Donner les deux expressions donnant le montant rendu par la boulangère.

Réponse :

$$5 - (1,10 + 1,30) = 5 - 1,10 - 1,30$$

1.3) Supprimer des parenthèses



Certaines parenthèses peuvent parfois être supprimées.

Méthode :

- Pour ajouter une somme, on ajoute séparément chacun de ses termes
- Pour soustraire une somme, on ajoute séparément l'opposé de chacun de ses termes

Exemples :

$$A = 3x + (2x - 1) = 3x + 2x - 1 = 5x - 1$$

$$B = 7x - (3x^2 - 4x + 9) = 7x - 3x^2 + 4x - 9 = -3x^2 + 11x - 9$$

2) Tester une équation

Définition : Une **équation** est une égalité qui comporte au moins un nombre de valeur inconnue, généralement désigné par une lettre.

Cette égalité peut-être vraie pour certaines valeurs de l'inconnue et fausse pour d'autres.

Exemples :

Voici des exemples d'expressions littérales :

$$g + n + p$$

$$3g + n$$

Voici différentes équations :

$$4x + 11 = 7x + 5$$

$$2x^2 - 2x - 80 = 32$$

Définition : Une **solution de l'équation** est une valeur de l'inconnu pour laquelle l'égalité est vraie.

Exemples :

$x = 2$ est solution de l'équation $4x + 11 = 7x + 5$ car $4 \times 2 + 11 = 7 \times 2 + 5 = 19$.

Mais $x = 3$ n'est pas solution de l'équation $4x + 11 = 7x + 5$ car $4 \times 3 + 11 \neq 7 \times 3 + 5$.



Méthode :

Pour tester si un nombre est une solution de l'équation d'inconnue x :

- On calcule le membre de gauche en remplaçant x par sa valeur ;
- On calcule le membre de droite en remplaçant x par sa valeur ;
- On regarde si les deux membres sont égaux ou non, et on conclut.

Exemple :

Tester l'équation $5x + 11 = 6x + 4$ pour $x = 7$ et $x = 8$. Conclure.

Solution :

$$5x + 11 \text{ pour } x = 7 ; 5 \times 7 + 11 = 35 + 11 = 46$$

$$6x + 4 \text{ pour } x = 7 ; 6 \times 7 + 4 = 42 + 4 = 46$$

Conclusion $x = 7$ est solution de l'équation $5x + 11 = 6x + 4$

$$5x + 11 \text{ pour } x = 8 ; 5 \times 8 + 11 = 40 + 11 = 51$$

$$6x + 4 \text{ pour } x = 8 ; 6 \times 8 + 4 = 48 + 4 = 52$$

Conclusion $x = 8$ n'est pas solution de l'équation $5x + 11 = 6x + 4$

Exercice : Tester les équations suivantes.

a. $x + 2 = -x + 4$ pour $x = 1$.

b. $2x - 5 = -x - 6$ pour $x = 2$.

c. $x + 7 = -x + 15$ pour $x = 4$.

Solution :

a. $x + 2$ pour $x = 1$; $1 + 2 = 3$

$$-x + 4 \text{ pour } x = 1 ; -1 + 4 = 3$$

Conclusion $x = 1$ est solution de l'équation $x + 2 = -x + 4$

b. $2x - 5$ pour $x = 2$; $2 \times 2 - 5 = 4 - 5 = -1$

$$-x - 6 \text{ pour } x = 2 ; -2 - 6 = -8$$

Conclusion $x = 2$ n'est pas solution de l'équation $2x - 5 = -x - 6$

c. $x + 7$ pour $x = 4$; $4 + 7 = 11$

$$-x + 15 \text{ pour } x = 4 ; -4 + 15 = 11$$

Conclusion $x = 4$ est solution de l'équation $x + 7 = -x + 15$

3) Démontrer avec le calcul littéral

Propriétés : n est un nombre entier relatif alors :

Tout nombre pair peut s'écrire sous la forme $2 \times n = 2n$

Tout nombre impair peut s'écrire sous la forme $2 \times n + 1 = 2n + 1$

Exemples :

Pour les nombres pairs : $6 = 3 \times 2$; $90 = 45 \times 2$; ...

Pour les nombres impairs : $11 = 5 \times 2 + 1$; $65 = 32 \times 2 + 1$; ...

Exercice : Démontrer que la somme de deux nombres pairs est un nombre pair.

Solution : a et b sont deux nombres pairs, donc on peut affirmer que $a = 2 \times a'$, $b = 2 \times b'$ et que a' et b' sont deux nombres entiers.

Ainsi $a + b = 2 \times a' + 2 \times b' = 2 \times (a' + b')$ donc la somme de deux nombres pairs est un nombre pair.