

Chap 7 :

Puissances d'un

nombre

1) Puissances de 10

1.1) Définition simplifiée

Définition : Pour tout nombre entier $n \geq 2$ on a $10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = \underbrace{10 \dots 0}_{n \text{ zéros}}$

Définition :

10^n se dit « 10 exposant n » ou « 10 puissance n ».

Exemples :

$$10^2 = 10 \times 10 = 100$$

$$4,5 \times 10^3 = 4,5 \times 1000 = 4500$$

Exercices 1; 3; 5 et 6 page 45

1.2) Généralisation

Principe :

$$\begin{array}{l} 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \\ 10^2 = 10 \times 10 = 100 \\ 10^1 = 10 = 10 \\ 10^0 = 1 = 1 \\ \div 10 \curvearrowleft 10^{-1} = \frac{1}{10} = \frac{1}{10^1} = 0,1 \curvearrowright \times 10 \\ 10^{-2} = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{10^2} = 0,01 \\ 10^{-3} = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{10^3} = 0,001 \end{array}$$

Définitions :

$$10^1 = 10 \text{ et } 10^0 = 1$$

$$\text{Pour tout nombre entier } n > 0 \text{ on a } 10^{-n} = \underbrace{0,0\dots 01}_{n \text{ zéros}} = \underbrace{\frac{1}{10} \times \dots \times \frac{1}{10}}_{n \text{ facteurs}} = \frac{1}{10^n}$$

Exemples :

$$10^{-2} = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$$

$$45 \times 10^{-3} = 45 \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = 45 \times \frac{1}{1000} = 0,045$$

Exercices 2; 4 et 7 page 45

2) Écriture sous forme $a \times 10^n$

Définitions :

Quand on écrit un nombre décimal sous la forme $a \times 10^n$:

- a est un nombre décimal appelé **mantisse**
- n est un nombre entier relatif appelé **exposant**

Remarque :

$$80 = 80 \times 10^0 = 8 \times 10^1 = 0,8 \times 10^2 = 800 \times 10^{-1} = \dots$$

Un nombre décimal a une infinité d'écritures sous la forme $a \times 10^n$

Exercices 3; 4 et 5 page 47

2.1) Ecriture scientifique

Définition : Tout nombre décimal non nul peut être écrit en **écriture scientifique**. C'est-à-dire sous la forme $a \times 10^n$, a est un nombre décimal de l'intervalle $[1; 10[$ et n est un entier relatif.

Remarque : L'écriture scientifique d'un nombre est unique.

Exemples : Donner l'écriture scientifique des nombres suivants : 5 ; 10,4 ; 0,80239 et -549,23

$$5 = 5 \times 10^0$$

$$10,4 = 1,04 \times 10^1$$

$$0,80239 = 8,0239 \times 10^{-1}$$

$$-549,23 = -5,4923 \times 10^2$$

2.2) Correspondance puissances de 10 et préfixes d'unités de mesures

Les unités de mesures standards peuvent être préfixées à l'aide des lettres suivantes :

| | | | | |
|-------------|------------------|------------------|------------------|-------------------|
| Préfixe | milli | micro | nano | pico |
| Abréviation | m | μ | n | p |
| Puissance | $\times 10^{-3}$ | $\times 10^{-6}$ | $\times 10^{-9}$ | $\times 10^{-12}$ |

| | | | | |
|-------------|---------------|---------------|---------------|------------------|
| Préfixe | kilo | méga | giga | téra |
| Abréviation | k | M | G | T |
| Puissance | $\times 10^3$ | $\times 10^6$ | $\times 10^9$ | $\times 10^{12}$ |

Exemples :

1 kilomètre : $1 \text{ km} = 1 \times 10^3 \text{ m} = 1\,000 \text{ m}$

4,6 Mégawatts : $4,6 \text{ MW} = 4,6 \times 10^6 \text{ W} = 4\,600\,000 \text{ W}$

9,34 microgrammes : $9,34 \text{ }\mu\text{g} = 9,34 \times 10^{-6} \text{ g} = 0,000\,009\,34 \text{ g}$

3) Puissances d'un nombre

3.1) Définition

Propriété : Si n est un nombre entier et a un nombre relatif alors :

- si $n \geq 2$ alors $a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$
- $a^1 = a$
- $a^0 = 1$

Exemples :

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

$$100^1 = 100$$

$$99^0 = 1$$