


# **Chap 6 :**

# **Nombres en écriture**

# **fractionnaire**

## 1) Divisibilité

### 1.1) Multiples et diviseurs



**Définition :** Soient  $a$  et  $b$  deux nombres entiers positifs.

S'il existe un nombre entier  $q$  tel que  $a = bq$  alors

- $a$  est **divisible** par  $b$  ;
- $b$  est **un diviseur** de  $a$  ;
- $a$  est **un multiple** de  $b$ .

**Exemples :** Comme la division euclidienne de 564 par 12 donne un reste nul, on peut dire que :

- 564 est **divisible** par 12.
- 12 est un **diviseur** de 564.
- 564 est un **multiple** de 12.

## 1.2) Critères de divisibilité

### Propriétés :



Un nombre est divisible par 2 s'il est pair. Il se termine par 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8.

**Exemple :** 26 est divisible par 2, car il se termine par 6.



Un nombre est divisible par 4 si le nombre formé par ses deux derniers chiffres (dizaines et unités) est divisible par 4.

**Exemple :** 2512 est divisible par 4 car  $12 = 4 \times 3$



Un nombre est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou par 5.

**Exemple :** 2 625 est divisible par 5, car il se termine par 5.



Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

**Exemple :** 2 742 est divisible par 3 car  $2 + 7 + 4 + 2 = 15$  et  $15 = 3 \times 5$



Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

**Exemple :** 546 723 est divisible par 9 car  $5 + 4 + 6 + 7 + 2 + 3 = 27$   
et  $27 = 3 \times 9$

## 2) Nombres premiers



**Définition :** Un **nombre entier est premier** s'il possède exactement 2 diviseurs : 1 et lui-même.

**Exemples :** 2; 3; 5; 13 et 99 004 813 sont des nombres premiers.

Exercices 1 à 4 de la page 17



**Propriété :** Tout nombre entier se décompose de manière unique en un produit de facteurs premiers.

**Exemples :**

$$6 = 2 \times 3$$

$$18 = 3 \times 6 = 3 \times 2 \times 3 = 2 \times 3^2$$

Exercices 5 à 9 de la page 17 puis tous les exercices de la page 18

## 3) Nombre en écriture fractionnaire

**Définitions :**

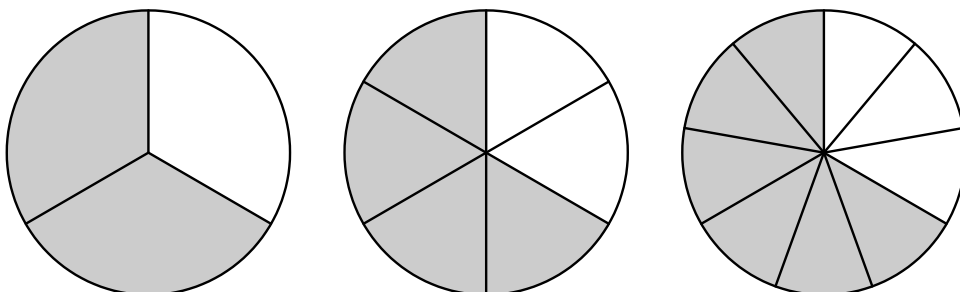
$\frac{a}{b}$  avec  $b \neq 0$ , est un **nombre en écriture fractionnaire**.

Le nombre  $a$  est le **numérateur** et le nombre  $b$ , le **dénominateur**.

Si  $a$  et  $b$  sont des nombres entiers  $\frac{a}{b}$  est appelé **une fraction**.

### 3.1) Egalité de fractions

**Exemple :** Colorier deux tiers du premier disque ; quatre sixièmes du second et six neuvièmes du dernier.



Quelle remarque pouvons-nous faire ?

Les trois fractions représentent la même proportion, elles sont égales.

### 3.2) Egalité de quotients



**Propriété :** Lorsque l'on multiplie ou que l'on divise le numérateur et le dénominateur d'un nombre en écriture fractionnaire par un même nombre non nul, on obtient un nombre qui lui est égal.

En reprenant l'exercice précédent, on obtient :

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6} \text{ de même } \frac{2}{3} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$$

**Remarque :** une fraction possède une infinité d'écriture fractionnaire.

Exercices 1 à 5 de la page 22.



**Méthode :** Pour simplifier une fraction, il suffit : de décomposer le numérateur et le dénominateur en produits de facteurs premiers ; de simplifier par les facteurs communs au numérateur et au dénominateur.

**Exemple :** 
$$\frac{21}{33} = \frac{7 \times 3}{11 \times 3} = \frac{7}{11}$$

Tous les exercices page 23.

### 3.3) Egalités des produits en croix



**Propriété :** Si deux nombres en écriture fractionnaire sont égaux alors leurs produits en croix sont égaux.

**Démonstration :**

Soient  $\frac{a}{b}$  et  $\frac{c}{d}$  sont deux nombres en écriture fractionnaire,  
avec  $b$  et  $d$  non nuls, tels que  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ .

Alors il existe un nombre  $x \neq 0$  tel que  $\frac{a}{b} = \frac{a \times x}{b \times x} = \frac{c}{d}$

Ainsi :

- $a \times d = a \times b \times x$
- $b \times c = b \times a \times x = a \times b \times x$

donc  $a \times d = b \times c$

## 4) Addition et soustraction

**Important :** On sait seulement additionner ou soustraire des fractions qui ont le même dénominateur !!

**Méthode :** Pour additionner des fractions qui ont le même dénominateur. On additionne les numérateurs et on garde le dénominateur commun.

**Exemples :**

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{1+2}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{1 \times 2}{4 \times 2} + \frac{3}{8} = \frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{2+3}{8} = \frac{5}{8}$$

Tous les exercices des pages 27; 28 et 29.

## 5) Multiplication

**Méthode :** Pour multiplier des nombres en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Ainsi, pour tous nombres  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  où  $b$  et  $d$  sont non nuls.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

**Exemples :**

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$$

$$\frac{10}{11} \times \frac{4}{9} = \frac{10 \times 4}{11 \times 9} = \frac{40}{99}$$

Tous les exercices de la page 32 à 36.

## 6) Inverse et division

### 6.1) Inverse d'un nombre non nul



**Propriété :** Si le produit de deux nombres vaut 1, alors ces **deux nombres sont inverses** l'un de l'autre.

**Exemples :**

$$\text{L'inverse de } 5 \text{ est } \frac{1}{5} \text{ car } \frac{5}{1} \times \frac{1}{5} = \frac{5 \times 1}{1 \times 5} = \frac{5}{5} = 1$$

$$\text{L'inverse de } \frac{5}{8} \text{ est } \frac{8}{5} \text{ car } \frac{5}{8} \times \frac{8}{5} = \frac{8 \times 5}{5 \times 8} = \frac{40}{40} = 1$$

$$\text{L'inverse de } -\frac{7}{9} \text{ est } -\frac{9}{7} \text{ car } -\frac{7}{9} \times \left(-\frac{9}{7}\right) = \frac{-7 \times (-9)}{9 \times 7} = \frac{63}{63} = 1$$

Exercices 1 à 5 page 37.

### 6.2) Quotient de deux nombres en écriture fractionnaire



**Propriété :** Diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse.

Ainsi, pour tous nombres  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  où  $b$ ,  $c$  et  $d$  sont non nuls.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

**Exemples :**

$$\frac{2}{3} \div \frac{7}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$$

$$\frac{10}{11} \div \frac{9}{4} = \frac{10}{11} \times \frac{4}{9} = \frac{10 \times 4}{11 \times 9} = \frac{40}{99}$$

Exercices 6 et 7 page 37 puis exercices 1 à 3 page 38.