Chap 5 : Proportionnalité

Pdf généré le 22/6/2023

1) Définitions

Définition : **Une grandeur** est une caractéristique que l'on peut mesurer ou repérer.

Exemples : La masse, le prix, la longueur, la durée, …

Définition : **Deux grandeurs sont proportionnelles** si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant toujours les valeurs de l'autre par le même nombre non nul.

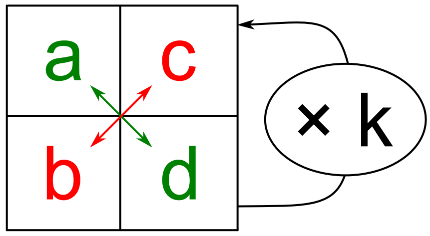
Ce nombre est nommé le coefficient de proportionnalité.

Exemple : Le prix du jus de mangue est proportionnel au nombre de bouteilles achetées.

Volume de jus de mangue (en L)	6	8	14	28
Prix (en €)	10,80	14,40	25,20	50,40

+ = × 2 × 1,80

2) Quatrième proportionnelle et produits en croix



Dans le tableau ci-dessus on s'intéresse aux produits $a \times d$ et $b \times c$.

Vocabulaire : les produits $a \times d$ et $b \times c$ sont appelés **les produits en croix**.

Propriété : Dans un tableau de proportionnalité, les produits en croix sont égaux. $(a \times d = b \times c)$.

Vocabulaire : Les produits en croix permettent de calculer une **quatrième proportionnelle**.

Exemple : Compléter le tableau de proportionnalité suivant en calculant la valeur de t :

Nombre de places de cinéma achetées	5	t
Prix en euros	37,50	67,50

Solution en utilisant l'égalité des produits en croix, on obtient :

$5 \times 67,50 = 37,50 \times t$

$37,50 \times t = 5 \times 67,50$

$t = (5 \times 67,50) \div 37,50$

$t = 337,50 \div 37,50$

$t = 9$

Avec 67,50 € on peut acheter 9 places de cinéma.

3) Grandeurs produit et quotient

Définitions :

On appelle **grandeur quotient**, le quotient de deux grandeurs.

On appelle **grandeur produit**, le produit de deux grandeurs.

Exemples :

L'aire d'un rectangle est une grandeur produit (c'est le produit de la longueur par la largeur).

Le débit est une grandeur quotient (c'est le quotient du volume par la durée).

3.1) Vitesse moyenne

Définitions :

La vitesse moyenne d'un mobile parcourant une distance d en un temps t est le quotient de la distance par le temps : $v = \dfrac{d}{t}$.

On a aussi, d'après l'égalité des produits en croix :

- la distance : $d = t \times v$
- le temps (la durée) : $t = \dfrac{d}{v}$

Conseil :

Ne pas apprendre ces formules par coeur mais savoir les retrouver à partir d'exemples simples !

Exemples :

a) J’ai parcouru 130 km en 2 heures. Quelle était ma vitesse moyenne ?

b) Je me déplace à 8 m/s pendant 10 s. Quelle distance ai-je parcourue ?

Correction :

a) J’ai parcouru 130 km en 2 heures. Quelle était ma vitesse moyenne ?

J’ai parcouru 130 km en 2 heures. Donc en une heure, j'ai parcouru la moitié de cette distance. Soit :

$130 \div 2 = 65$.

Je me déplace à la vitesse moyenne de 65 km/h. Ainsi, j'en déduis que $v = \dfrac{d}{t}$.

b) Je me déplace à 8 m/s pendant 10 s. Quelle distance ai-je parcourue ?

Je parcours 8 m par seconde. Donc en dix secondes, je vais parcourir :

$8 \times 10 = 80.$

En 10 secondes, j'ai parcouru 80 m. Ainsi, j'en déduis que $d = t \times v$.

3.2) Conversion d'unités de grandeurs composées

Conseil :

Ne pas apprendre de formules par coeur mais comprendre le raisonnement pour pouvoir le reproduire !

Rappels : 1 heure = 3 600 secondes et 1 km = 1 000 m

Exemple :

Convertir 4 km/h en m/s.

Première solution : Par le raisonnement

La distance est exprimée en kilomètres et non en mètres :

Mais, je peux dire que j'ai parcouru 4 km en 1 heure, ou que j'ai parcouru 4 × 1 000 m = 4 000 m en 1 heure. Soit 4 000 m/h.

La durée est exprimée en heure et non en seconde :

Comme dans 1 heure, il y a 3 600 secondes, en 1 seconde, j'ai parcouru une distance 3 600 fois, plus petite :

4 000 m/h ÷ 3 600 ≈ 1,11 m/s

Seconde solution : Avec un tableau de proportionnalité

Distance (m)	4 000	x
Durée (s)	3 600	1

En utilisant l'égalité des produits en croix :

3 600 × x = 4 000 × 1

x = (4 000 × 1) ÷ 3 600

x ≈ 1,11

4 km/h ≈ 1,11 m/s

Remarque : Les deux solutions aboutissent au même calcul.

4) Pourcentages

4.1) Pourcentages et tableau de proportionnalité

L'utilisation d'un tableau de proportionnalité et de l'égalité des produits en croix permet de retrouver toutes les formules utilisées avec les pourcentages.

Exemples : (Voir cahier d'exercices)

a) Julien obtient une réduction de 15 % sur un vélo valant 158 €.

Quel est le montant de la réduction obtenue par Julien ?

b) Patrick a obtenu une réduction de 27 € sur une console de jeu qui valait 225 €.

Quel pourcentage de réduction a-t-il obtenu ?

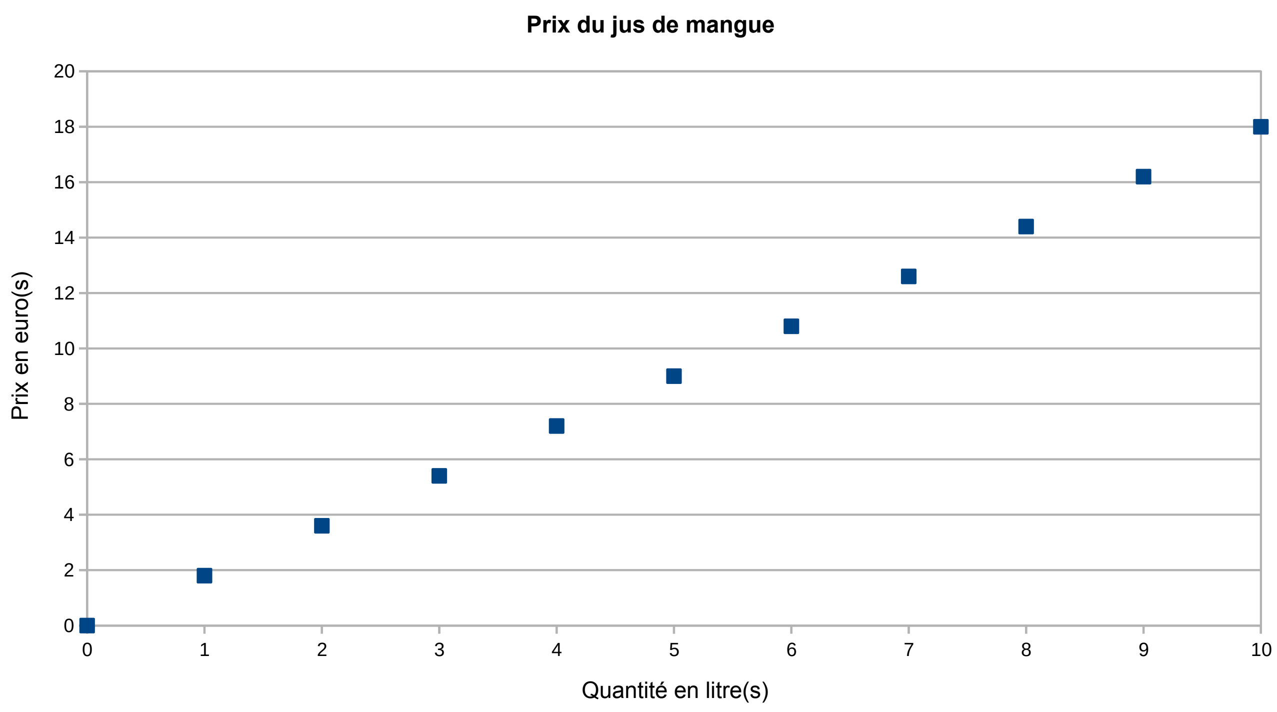
c) Serge a obtenu une baisse de 45 € sur un appareil photo, soit une baisse de 30 % du prix initial.

Quel était le prix initial de l'appareil photo ?

5) Représentation graphique

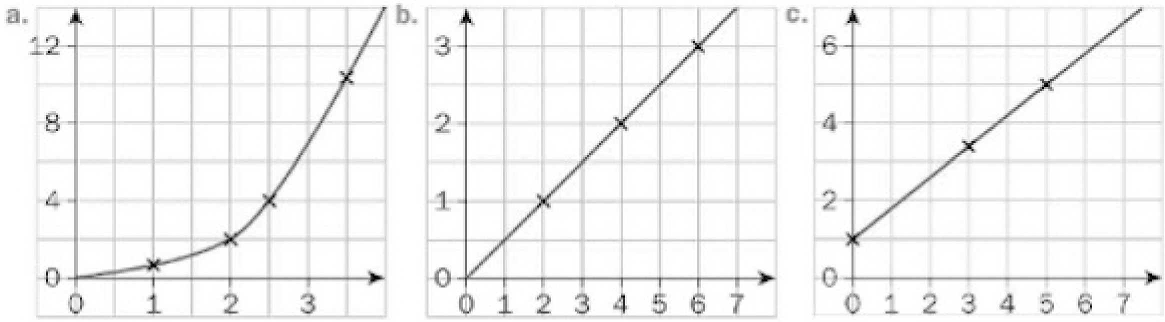
Propriété : Si on représente, dans un repère, une situation de proportionnalité alors on obtient des points alignés avec l'origine du repère.

Exemple :



Exercice :

Pour chaque graphique, indiquer s'il représente ou non une situation de proportionnalité. Justifier chaque réponse :



Solution :

La lecture du **graphique a** nous donne le point (2; 1), s'il s'agissait d'une situation de proportionnalité, on devrait avoir un point de coordonnée (4; 2). Car si j'achète deux fois plus, je paye deux fois plus. Or la lecture du graphique à l'abscisse 4, indique une ordonnée supérieure à 9. Ce n'est pas une situation de proportionnalité.

La demi-droite du **graphique c** ne passe pas par l'origine, s'il s'agissait d'une situation de proportionnalité, on devrait avoir un point de coordonnée (0; 0). Car si je n'achète rien, je paye rien. Ce n'est pas une situation de proportionnalité.

Seul le **graphique b** réuni toutes les conditions, un ensemble de points alignés avec l'origine.