

Chap 2 :

Le théorème de

Pythagore : Calcul de

longueurs

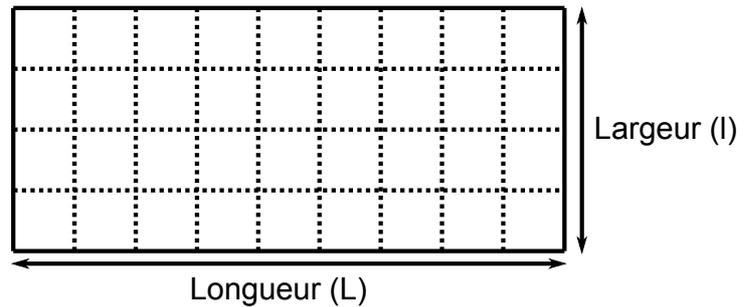
1) Aire d'un rectangle, aire d'un carré

1.1) Aire d'un rectangle

Méthode : Aire du rectangle
 $= L \times l$

Exemple :

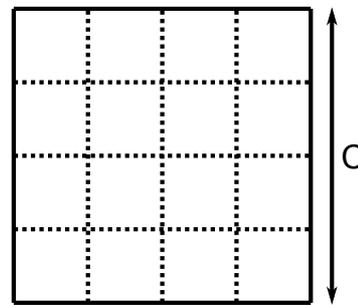
Aire du rectangle = $9 \text{ u.l.} \times 4 \text{ u.l.} = 36 \text{ u.a.}$



1.2) Aire du carré

Méthode : Aire du carré = $c \times c = c^2$

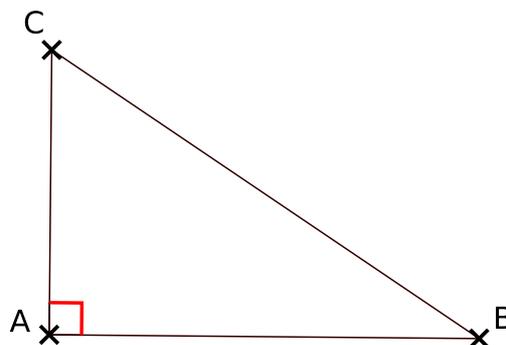
Exemple : Aire du carré = $4 \text{ u.l.} \times 4 \text{ u.l.} = 16 \text{ u.a.}$



2) Vocabulaire

Le triangle ABC est rectangle en A :

- \widehat{BAC} est un **angle droit**, il mesure 90° .
- [AB] et [AC] sont les **côtés de l'angle droit**.
- [BC] est l'**hypoténuse**, c'est le plus long côté du triangle rectangle.



3) Enoncé



Théorème de Pythagore : Dans un triangle rectangle, la somme des carrés des longueurs des deux côtés de l'angle droit est égale au carré de la longueur de l'hypoténuse.

Représentation géométrique :

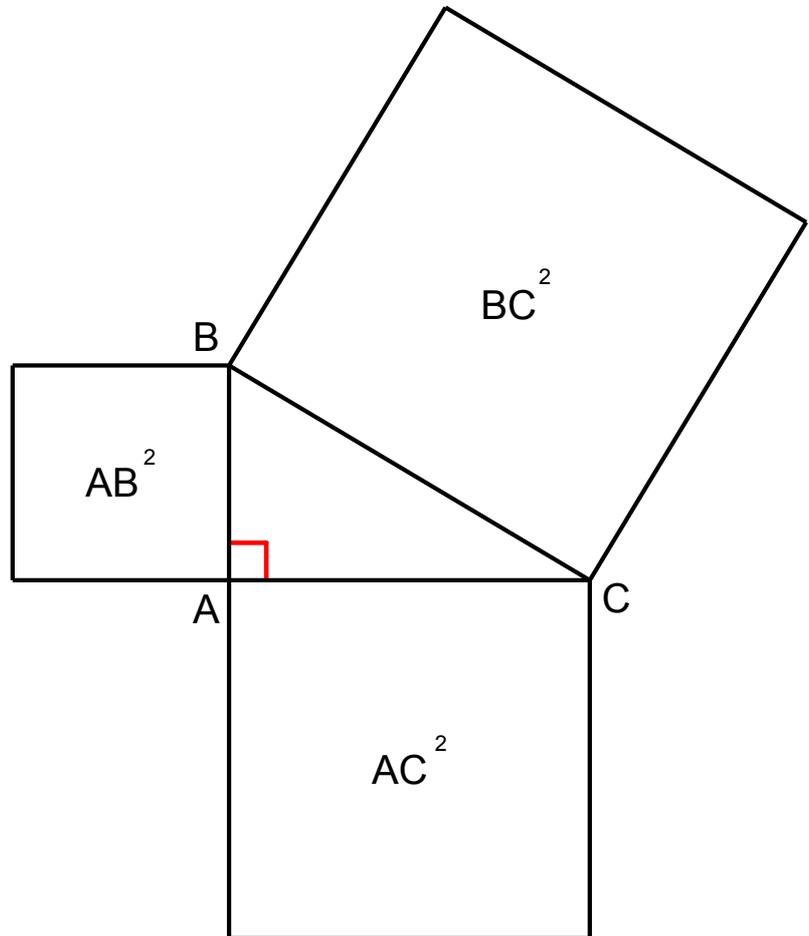
La somme des aires des 2 « petits » carrés est égale à l'aire du « grand » carré.

Dans ce triangle, **l'égalité de Pythagore** s'écrit :
 $BC^2 = AC^2 + AB^2$.

<http://bit.ly/2TXnsS8>

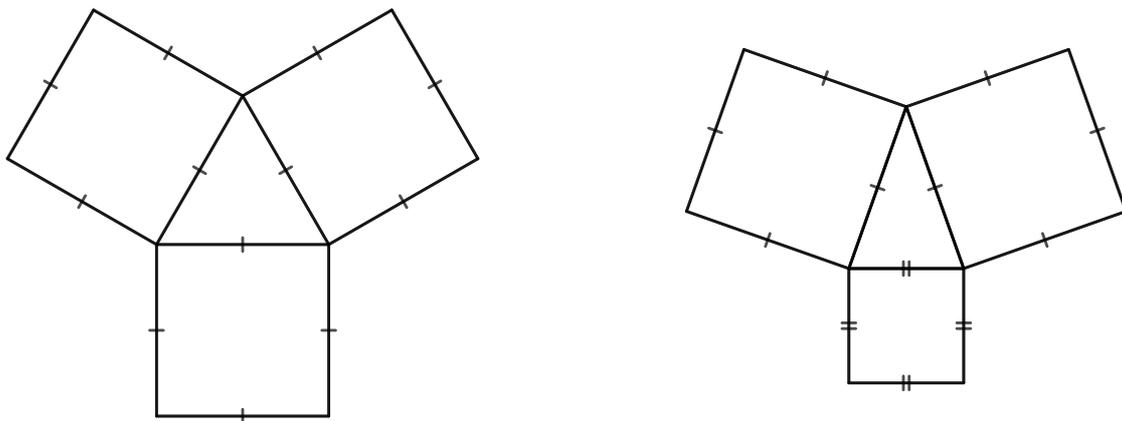


Exercices 2 ; 3 ; 4 et 5 page
88 et
exercice 1 page 89

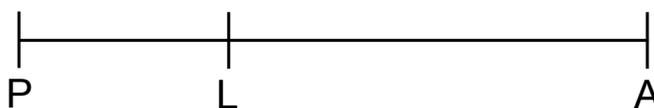


3.1) Contre-exemples

Il est facile de remarquer que l'égalité de Pythagore ne peut pas fonctionner dans le cas d'un triangle équilatéral, ou pour certains triangles isocèle.



Exercice : Tracer le triangle PLA tel que $PA = 12$ cm, $PL = 4$ cm et $LA = 8$ cm.

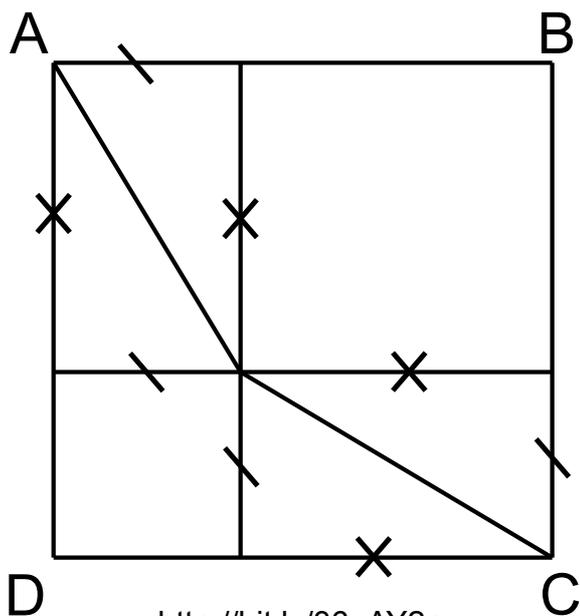


Attention : L'égalité de Pythagore repose sur une égalité d'aire ! Une égalité de longueur donne un triangle plat !

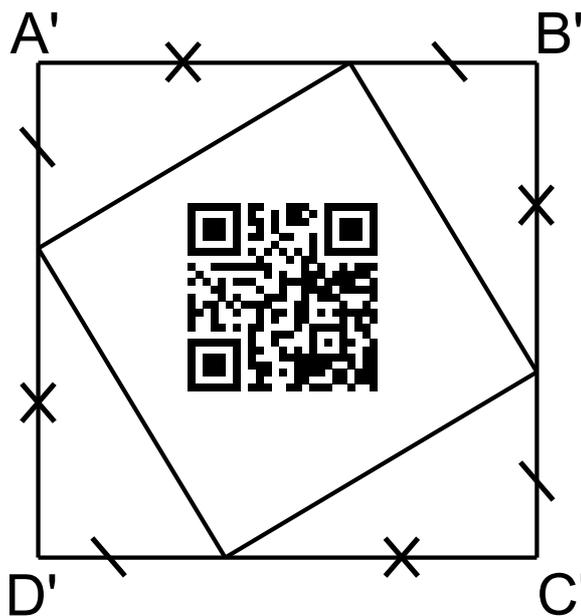
4) Démonstration

Ce théorème se démontre en utilisant les aires des carrés construits sur chacun des côtés du triangle rectangle.

Cette démonstration repose sur les schémas suivants :



<http://bit.ly/36uAY2n>

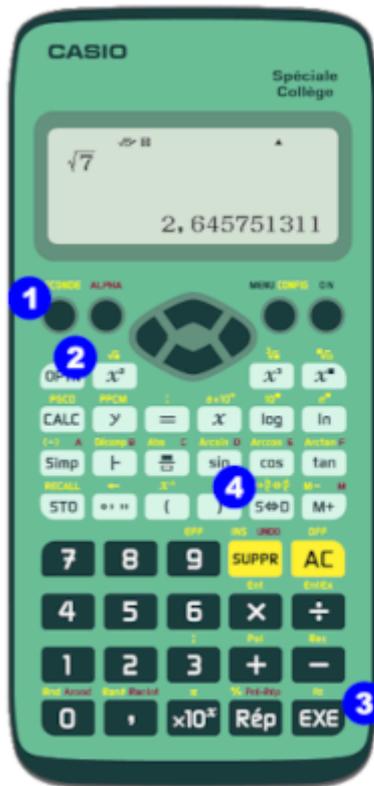


Remarque : Attention à la rigueur de la preuve ! (Vidéo)

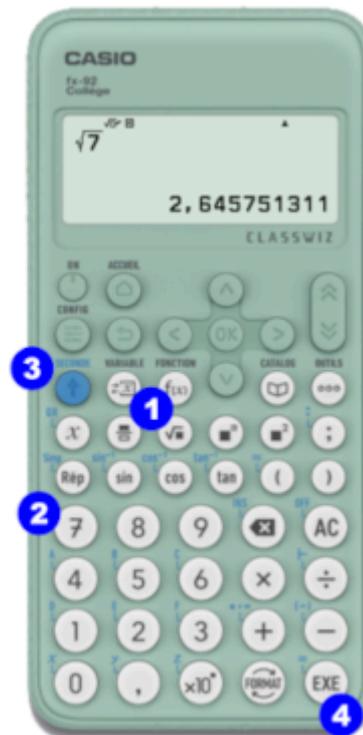
5) La racine carré

Méthode : Pour connaître le nombre x tel que $x^2 = 7$ on utilise la touche racine carré de sa calculatrice.

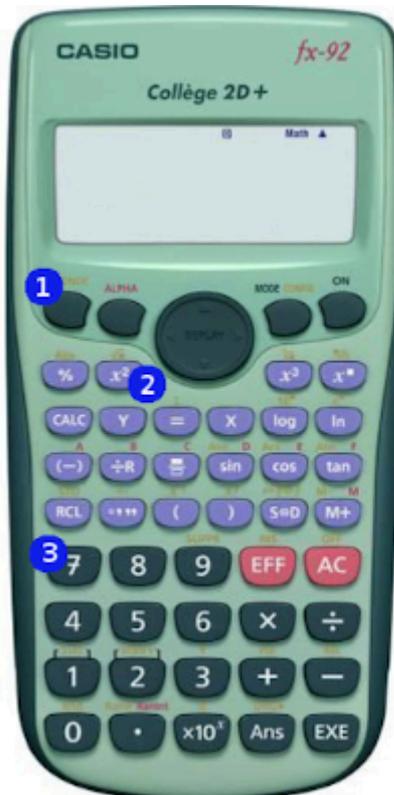
Chercher
le symbole



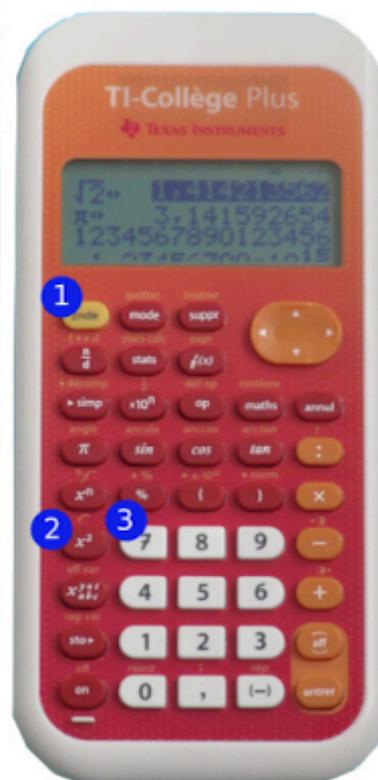
Chercher
le symbole



Chercher
le symbole



Chercher
le symbole



6) Déterminer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle

Le théorème de Pythagore permet en connaissant les longueurs de 2 côtés d'un triangle rectangle de retrouver la longueur du 3eme côté.

6.1) Déterminer la longueur de l'hypoténuse

On connaît les longueurs des 2 côtés de l'angle droit, alors :

- On calcule les carrés de ces 2 longueurs.
- On les additionne pour trouver le carré de la longueur de l'hypoténuse.
- On utilise la touche « racine carré » de sa calculatrice pour connaître la longueur de l'hypoténuse.

Exemple : ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 0,9 \text{ m}$ et $AC = 1,2 \text{ m}$. Quelle est la longueur de [BC] ?

Rédaction :

ABC est un **triangle rectangle**, il respecte **l'égalité de Pythagore**. Donc :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = (0,9 \text{ m})^2 + (1,2 \text{ m})^2$$

$$BC^2 = (0,9 \text{ m}) \times (0,9 \text{ m}) + (1,2 \text{ m}) \times (1,2 \text{ m})$$

$$BC^2 = 0,81 \text{ m}^2 + 1,44 \text{ m}^2$$

$$BC^2 = 2,25 \text{ m}^2$$

$$BC = \sqrt{2,25 \text{ m}^2} = 1,5 \text{ m}$$

Le segment [BC] mesure 1,5 m.

Vidéo d'Yvan Monka : <http://bit.ly/2U0UEbj>



6.2) Déterminer la longueur d'un côté de l'angle droit

Attention : Les calculs reposent sur une soustraction !

Exemple : ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 3 \text{ m}$ et $BC = 5 \text{ m}$. Quelle est la longueur de [AC] ?

Rédaction : ABC est un triangle rectangle, il respecte l'égalité de Pythagore. Donc :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$AC^2 = BC^2 - AB^2$$

$$AC^2 = (5 \text{ m})^2 - (3 \text{ m})^2$$

$$AC^2 = (5 \text{ m}) \times (5 \text{ m}) - (3 \text{ m}) \times (3 \text{ m})$$

$$AC^2 = 25 \text{ m}^2 - 9 \text{ m}^2$$

$$AC^2 = 16 \text{ m}^2$$

$$AC = \sqrt{16 \text{ m}^2} = 4 \text{ m}$$

Le segment [AC] mesure 4 m.

Vidéo d'Yvan Monka : <http://bit.ly/2Gyc5rL>



Les vidéos concernant cette leçon :

- Toutes les vidéos de Mickaël Launay : <http://bit.ly/312PfSQ>
- Toutes les vidéos Yvan Monka : <http://bit.ly/2RtFA4A>

