

Chap 2 :

Le théorème de

Pythagore : Calcul de

longueurs

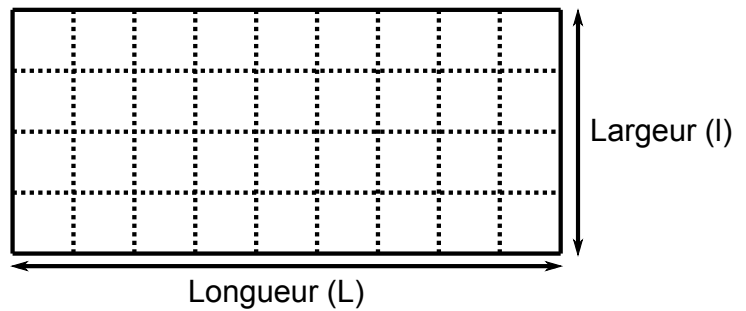
1) Aire d'un rectangle, aire d'un carré

1.1) Aire d'un rectangle

Méthode : Aire du rectangle = $L \times l$

Exemple :

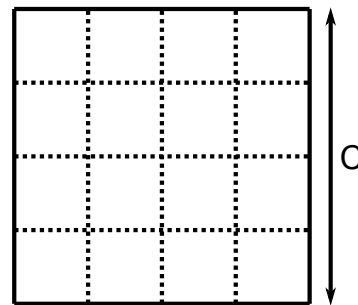
Aire du rectangle = $9 \text{ u.l.} \times 4 \text{ u.l.}$
= 36 u.a.



1.2) Aire du carré

Méthode : Aire du carré = $c \times c = c^2$

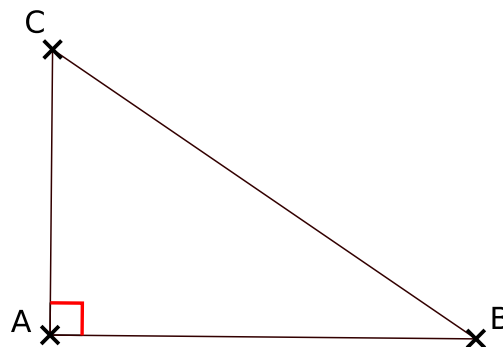
Exemple : Aire du carré = $4 \text{ u.l.} \times 4 \text{ u.l.} = 16 \text{ u.a.}$



2) Vocabulaire

Le triangle ABC est rectangle en A :

- \widehat{BAC} est un **angle droit**, il mesure 90° .
- [AB] et [AC] sont les **côtés de l'angle droit**.
- [BC] est l'**hypoténuse**, c'est le plus long côté du triangle rectangle.



3) Enoncé

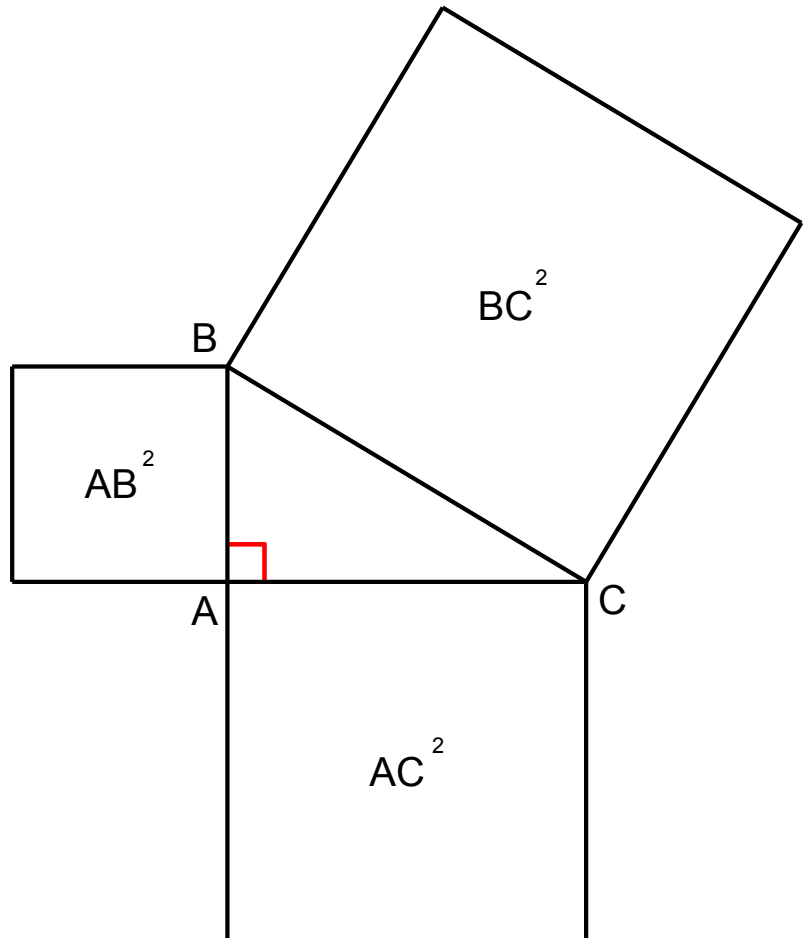
Théorème de Pythagore : Dans un triangle rectangle, la somme des carrés des longueurs des deux côtés de l'angle droit est égale au carré de la longueur de l'hypoténuse.

Représentation

géométrique : La somme des aires des 2 « petits » carrés est égale à l'aire du « grand » carré.

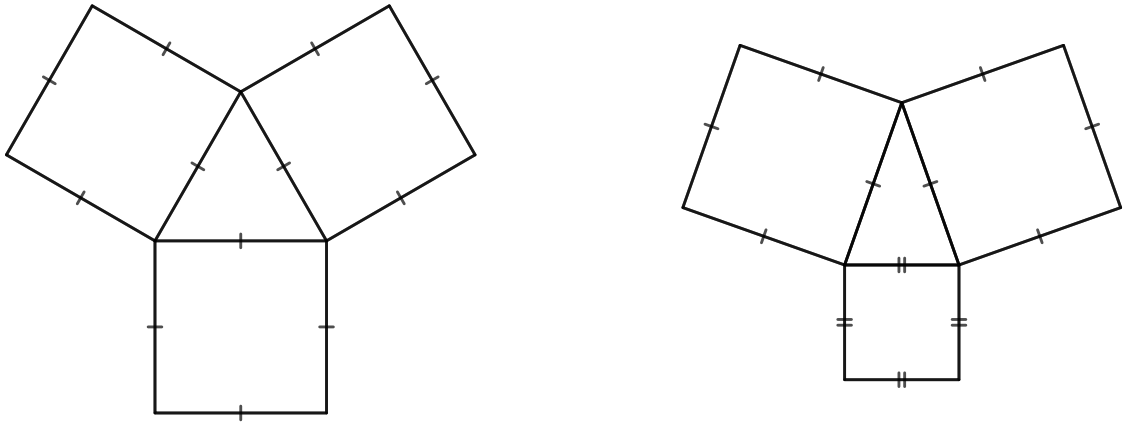
Dans ce triangle, **l'égalité de Pythagore** s'écrit :
 $BC^2 = AC^2 + AB^2$.

<http://bit.ly/2TXnsS8>

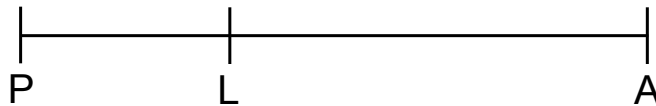


3.1) Contre-exemples

Il est facile de remarquer que l'égalité de Pythagore ne peut pas fonctionner dans le cas d'un triangle équilatéral, ou pour certains triangles isocèle.



Exercice : Tracer le triangle PLA tel que $PA = 12$ cm, $PL = 4$ cm et $LA = 8$ cm.

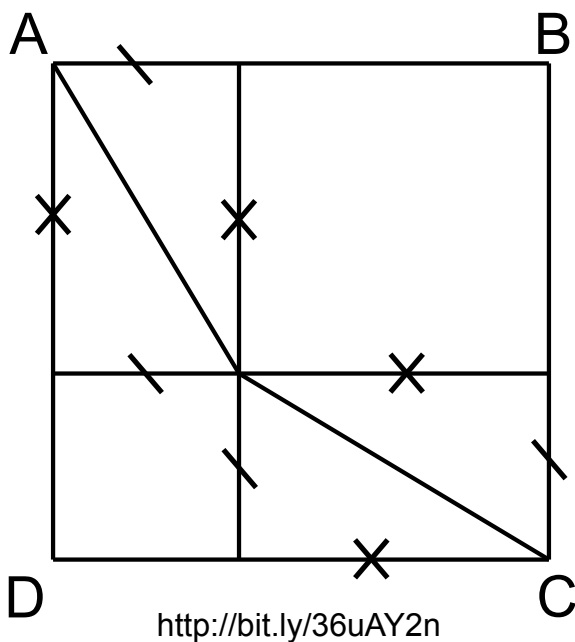


Attention : L'égalité de Pythagore repose sur une égalité d'aire ! Une égalité de longueur donne un triangle plat !

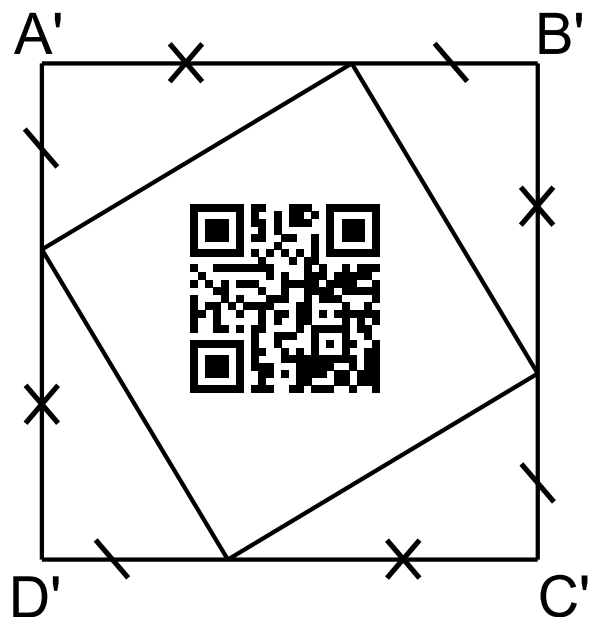
4) Démonstration

Ce théorème se démontre en utilisant les aires des carrés construit sur chacun des côtés du triangle rectangle.

Cette démonstration repose sur les schémas suivants :



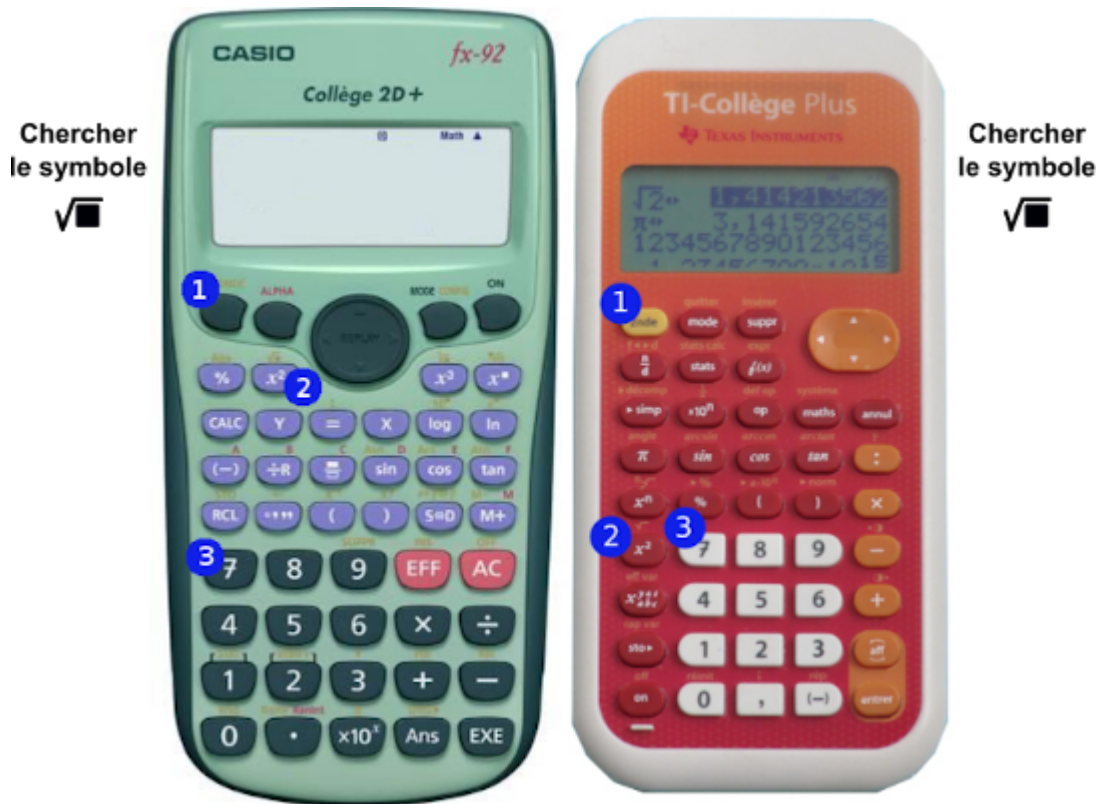
<http://bit.ly/36uAY2n>



Remarque : Attention à la rigueur de la preuve ! (Vidéo)

5) La racine carré

Méthode : Pour connaître le nombre x tel que $x^2 = 7$ on utilise la touche racine carré de sa calculatrice.



6) Déterminer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle

Le théorème de Pythagore permet en connaissant les longueurs de 2 côtés d'un triangle rectangle de retrouver la longueur du 3eme côté.

6.1) Déterminer la longueur de l'hypoténuse

On connaît les longueurs des 2 côtés de l'angle droit, alors :

- On calcule les carrés de ces 2 longueurs.
- On les additionne pour trouver le carré de la longueur de l'hypoténuse.
- On utilise la touche « racine carré » de sa calculatrice pour connaître la longueur de l'hypoténuse.

Exemple : ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 0,9$ m et $AC = 1,2$ m. Quelle est la longueur de [BC] ?

Rédaction :

ABC est un **triangle rectangle**, il respecte **l'égalité de Pythagore**. Ainsi, j'en déduis que :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = (0,9 \text{ m})^2 + (1,2 \text{ m})^2$$

$$BC^2 = (0,9 \text{ m}) \times (0,9 \text{ m}) + (1,2 \text{ m}) \times (1,2 \text{ m})$$

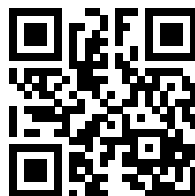
$$BC^2 = 0,81 \text{ m}^2 + 1,44 \text{ m}^2$$

$$BC^2 = 2,25 \text{ m}^2$$

$$BC = \sqrt{2,25 \text{ m}^2} = 1,5 \text{ m}$$

Le segment [BC] mesure 1,5 m.

Vidéo d'Yvan Monka : <http://bit.ly/2U0UEbj>



6.2) Déterminer la longueur d'un côté de l'angle droit

Attention : Les calculs reposent sur une soustraction !

Exemple : ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 3 \text{ m}$ et $BC = 5 \text{ m}$. Quelle est la longueur de [AC] ?

Rédaction : ABC est un triangle rectangle, il respecte l'égalité de Pythagore. Ainsi, j'en déduis que :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$AC^2 = BC^2 - AB^2$$

$$AC^2 = (5 \text{ m})^2 - (3 \text{ m})^2$$

$$AC^2 = (5 \text{ m}) \times (5 \text{ m}) - (3 \text{ m}) \times (3 \text{ m})$$

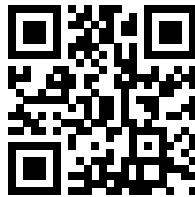
$$AC^2 = 25 \text{ m}^2 - 9 \text{ m}^2$$

$$AC^2 = 16 \text{ m}^2$$

$$AC = \sqrt{16 \text{ m}^2} = 4 \text{ m}$$

Le segment [AC] mesure 4 m.

Vidéo d'Yvan Monka : <http://bit.ly/2Gyc5rL>



Les vidéos concernant cette leçon :

- Toutes les vidéos de Mickaël Launay : <http://bit.ly/312PfSQ>
- Toutes les vidéos Yvan Monka : <http://bit.ly/2RtFA4A>

